Cálculo de Varias Variables
Unidad 6: Multiplicadores de Lagrange

En los ejercicios 1 a 8 use multiplicadores de Lagrange para encontrar los extremos de f, sujetos a las restricciones indicadas
1. $f(x, y, z) = x - y + z$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
2. $f(x, y) = x^2 - y^2$, $xy = 1$
3. $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$, $x + y = \pi/4$
4. $f(x, y, z) = x^2 y$, $x^2 + 2y^2 = 6$
5. $f(x, y, z) = xyz$,$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$
6. $f(x, y, z) = e^{xy}$, $x^3 + y^3 = 16$
7. $f(x, y, z) = x + 2y$, $y^2 + z^2 = 4$, $x + y + z = 1$.
8. $f(x, y, z) = yz + xy$, $xy = 1$, $y^2 + z^2 = 1$

En los problemas restantes usar Lagrange, para obtener los extremos que se piden.
9. Encontrar la distancia mas corta, y mas larga, desde un punto de la elipse $x^2 + 4y^2 = 1$ hasta la recta $x + y = 4$
10. Diseñar una lata cilindrica (con una tapa), para contener 1 *litro* de cerveza, usando la menor cantidad de aluminio.
11. Hallar los puntos de la curva de intersección de las dos superficies

$$x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 1$$

que estan mas próximos al origen.
12. Demuestre que el triángulo con área máxima que tiene perimetro p es un triángulo equilátero. Sugerencia:aplique la fórmula de Herón para el área: $A = \sqrt{s(s-x)(s-y)(s-z)}$, donde $s = p/2$ y x, y, z son los lados del triángulo.
13. En una esfera dada, inscribir el cilindro cuya superficie total se máxima.
14. Hallar la distancia mas corta del punto $M(1, 2, 3)$ a la recta

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$$

15. Encuentre el valor máximo de $f(x, y, z) = \sqrt[3]{xyz}$ sobre el plano $x+y+z = k$ y use este hecho para probar la desigualdad

$$\sqrt[3]{xyz} \leq \frac{x + y + z}{3}$$