Cálculo de Varias Variables
Unidad 5:Extremos de funciones multivariables

1. Obtener el polinomio de Taylor de grado 2 de la función $f(x,y) = \cos x \cos y$, alrededor del punto $(0,0)$
2. Obtener la formula de Taylor, hasta las derivadas de orden 3, alrededor del punto $(1,-1)$, de la función $f(x,y) = e^{x+y}$
3. Aplicando la fórmula de Taylor hasta los términos de grado 2, calcular aproximadamente
a) $\sqrt{1{,}03}\sqrt[3]{0{,}98}$
b) $(0{,}95)^{2{,}01}$
En los ejercicios 4-16 encuentre los puntos criticos de cada una de las funciones y determinar en cuales hay extremos locales y en cuales hay puntos silla. Determine los valores extremos de esta función
4. $f(x,y) = x^2 + y^2 + 5$
5. $f(x,y) = -x^2 - y^2 + 8x + 6y$
6. $f(x,y) = y^3 + x^2 - 6xy + 3x + 6y - 7$
7. $f(x,y) = xy + 4/x + 2/y$
8. $f(x,y) = e^{1+x^2-y^2}$
9. $f(x,y) = \operatorname{sen} xy$
10. $f(x,y) = xe^x \sin y$
11. $f(x,y) = \sin x + \operatorname{sen} y$
12. $f(x,y) = xy - \frac{2}{x} - \frac{4}{y} + 8$
13. $f(x,y) = \frac{1+x-y}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$
14. $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$
15. Sea $f(x,y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F$ en donde $A > 0$ y $B^2 < AC$.
a) Demostrar que existe un punto (x_1, y_1) en el que f tiene un mínimo.
b) Demostrar que $f(x_1, y_1) = Dx_1 + Ey_1 + F$ en ese mínimo.
c) Demostrar que

$$f(x_1, y_1) = \frac{1}{AC - B^2} det \begin{pmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{pmatrix}$$

16. Demostrar que $f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2$, tiene un número ifinito de puntos criticos y que $D = 0$ en cada uno. A continuación demotrsar que f tiene un mínimo local en cada punto critico.

17-21 determine los valores máximos y minimos absolutos de f en el conjunto D

17. $f(x,y) = 1 + 4x - 5y$, D es la región triangular cerrada con vértices en $(0,0),(2,0)$ y $(0,3)$.

18. $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$, $D = \{(x,y)|\ |x| \leq 1,\ |y| \leq 1\}$.

19. $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$, $D = \{(x,y)|0 \leq x \leq 3,\ 0 \leq x \leq 2\}$.

20. $f(x,y) = 2x^3 + y^4$, $D = \{(x,y)|\ x^2 + y^2 \leq 1\}$.

21. $f(x,y) = (x^2 + y^2)^{-1}$, $D = \{(x,y)|\ (x-2)^2 + y^2 \leq 1\}$

22. En el espacio tridimensional hallar la distancia mínima del origen al cono

$$z^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$$

23. Hallar las dimensiones del paralelepípedo rectangular de volumen máximo, con aristas paralelas a los ejes coordenados, que puede inscribirse en el elipsoide

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1$$

24. Hallar las dimensiones de la caja rectangular cerrada de volumen máximo con $16cm^2$ de superficie.

25. Encuentre los puntos sobre el cono $z^2 = x^2 + y^2$ mas cercano al punto $(4,2,0)$.

26. Encuentre tres números positivos cuya suma sea 100 y cuyo producto sea máximo.

27. Encuentre el volumen máximo de una caja rectangular inscrita enuna esfera de radio r.

28. Encuentre las dimensiones de la caja con volumen $1000\,cm^3$ que tiene mínima área superficial.

29. Calcule el volumen de la caja rectangular más grande en el primer octante, con tres caras en los planos coordenados y un vértice en el plano $x + 3y + 3z = 6$.

30. La base de un acuario de volumen V esta hecho de pizarra y los lados son de vidrio. Si la pizarra cuesta cinco veces más por unidad de área que el vidrio, determine las dimensiones del acuario que minimicen el costo de los materiales.

31. Determine la ecuación del plano que pasa por el punto $(1,2,3)$ y corta el volumen más pequeño en el primer octante.

32. Encuentre la distancia más corta entre las rectas cuyas ecuaciones paramétricas son $L_1 :\ x = t, y = 4-t, z = 1+t$, $L_2 :\ x = 3+2s, y = 6+2s, z = 8-2s$