

**Cálculo de Varias Variables**  
**Unidad 2: Funciones de varias variables**

En los ejercicios 1 a 6 encuentre el dominio de la función dada

1.  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$

2.  $f(x, y) = \frac{y^2}{y+x^2}$

3.  $f(x, y) = (x^2 - 9y^2)^{-2}$

4.  $f(u, v) = \frac{u}{\ln(u^2+v^2)}$

5.  $h(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 16}$

6.  $F(u, v, w) = \frac{25-u^2-v^2}{w-5}$

En los ejercicios 7 a 10 dibuje el dominio de la función dada

7.  $f(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{y}}$

8.  $f(x, y) = \sqrt{(1 - x^2)(y^2 - 4)}$

9.  $f(x, y) = \sqrt{\ln(y - x - 1)}$

10.  $f(x, y) = e^{\sqrt{xy+1}}$

En los ejercicios 11 y 12 evalúe la función dada en los puntos indicados:

11.  $f(x, y) = \int_x^y (2t - 1)dt$ ,  $(2, 4)$ ,  $(-1, 1)$

12.  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ ,  $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{6})$ ,  $(1/4, 1/5, 1/6)$

En los ejercicios 13 a 17 describa la gráfica de la función dada

13.  $z = x$

14.  $z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$

15.  $z = \sqrt{36 - x^2 - 3y^2}$

16.  $z = y^2$

17.  $z = -\sqrt{16 - x^2 - y^2}$

En los ejercicios 18 a 20 dibuje algunas de las curvas de nivel asociada a la función dada

18.  $f(x, y) = y^2 - x$

19.  $f(x, y) = \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$

20.  $f(x, y) = \tan^{-1}(y - x)$

En los ejercicios 21 a 23 describa algunas superficies de nivel asociadas con la función dada

21.  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$

22.  $f(x, y, z) = 4y - 2z + 1$

23.  $f(x, y, z) = \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4}$

24. Grafique algunas superficies de nivel asociadas con  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ ,

para  $c = 0$ , para  $c < 0$  y para  $c > 0$ .

En los ejercicios 25 a 29 evalúe el límite, sin es que existe

25.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2+y^2}{x^2+y^2}$

26.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{4-x^2-y^2}{x^2+y^2}$

27.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy-x-y+1}{x^2+y^2-2x-2y+2}$

28.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\text{sen}(3^2+3y^2)}{x^2+y^2}$

29.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^2}$

En los ejercicios 30 a 32 determine dónde es continua la función indicada

30.  $f(x, y) = \sqrt{x} \cos \sqrt{x+y}$

31.  $f(x, y) = \ln(4x^2 + 9y^2 + 36)$

32.  $f(x, y) = \tan \frac{x}{y}$

33. Sea la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Demuestre que  $f$  es continua en  $(0, 0)$