

Cálculo de Varias Variables

Unidad 1: vectores, rectas, planos, cilindros y sup. cuádricas

En los ejercicios 1 a 6 indique si el enunciado es V o F:

1. Los vectores $(-4, -6, 10)$ y $(-10, -15, 25)$ son paralelos
2. En el espacio tridimensional cualesquiera tres puntos distintos determinan un plano
3. La recta $L : x = 1 + 5t, y = 1 - 2t, z = 4 + 2t$ y el plano $2x + 3y - 4z = 1$ son perpendiculares
4. los planos $x + 2y - z = 5$ y $-2x - 4y + 2z = 1$ son paralelos
5. Los cuatro puntos $(0, 1, 2), (1, -1, 1), (3, 2, 6), (2, 1, 2)$ yacen en el mismo plano
6. Si \mathbf{a} es un vector unitario entonces $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = 1$

En los ejercicios 7 a 10 conteste los enunciados:

7. Un vector que es normal al plano $-6x + 3y - 4z + 10 = 0$ es:
8. Las ecuaciones de los planos coordenados son:
9. Un vector unitario ortogonal tanto a $\mathbf{a} = 3i + 2j - 3k$ como a $\mathbf{b} = i + j + k$ es:
10. El punto de intersección de la recta $x - 1 = (y + 2)/3 = (z + 1)/2$ y el plano $x + 2y - z = 13$ es:
11. Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $(5, -9, 3)$ que es perpendicular al plano $8x + 3y - 4z = 13$
12. Hallar la ecuación del plano que contiene los puntos $(0, 0, 0), (2, 3, 1), (1, 0, 2)$
13. Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $(-1, 2, 1)$ y es paralelo al plano $-4x + 2y + 4z = 8$

En los ejercicios 14 a 21 dibuje la gráfica del cilindro indicado:

14. $y = x$
15. $y = x^2$
16. $y^2 + z^2 = 9$
17. $z = e^{-x}$
18. $y^2 - x^2 = 4$
19. $4x^2 + y^2 = 36$
20. $z = \sin x$
21. $yz = 1$

En los ejercicios 22 a 25 dibuje la gráfica de la ecuación indicada:

22. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$
23. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 16$

24. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$

25. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 6y + 4z - 7 = 0$

En los ejercicios 26 a 31 describa geoméricamente todos los puntos $P(x, y, z)$ cuyas coordenadas satisfacen las condiciones indicadas:

26. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4, 1 \leq z \leq 3$

27. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4, z = 2$

28. $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$

29. $0 < (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 < 1$

30. $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$

31. $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \leq 0$

En los ejercicios 32 a 42 identifique y grafique la superficie cuádrica:

32. $x^2 + y^2 = z$

33. $9x^2 + 36y^2 + 4z^2 = 36$

34. $36x^2 - y^2 + 9z^2 = 144$

35. $y^2 + 5z^2 = x^2$

36. $y = 4x^2 - z^2$

37. $x^2 - y^2 - z^2 = 4$

38. $y^2 + 4z^2 = x$

39. $z = 3 + x^2 + y^2$

40. $y + x^2 + 4z^2 = 4$

41. $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 - z^2 = 1$

42. $5x^2 + (y - 5)^2 + 5z^2 = 25$

En los ejercicios 43 y 44 compare las gráficas de las ecuaciones dadas:

43. $z + 2 = -\sqrt{x^2 + y^2}, (z + 2)^2 = x^2 + y^2$

44. $y - 1 = \sqrt{x^2 + z^2}, (y - 1)^2 = x^2 + z^2$

45. Determine los puntos donde la recta

$$\frac{x - 2}{2} = \frac{y + 2}{-3} = \frac{z - 6}{3/2}$$

intersecta al elipsoide $x^2/9 + y^2/36 + z^2/81 = 1$.

46. Sombrear la región acotada por las superficies indicadas:

a) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $x^2 + y^2 = 1$, para $1 \leq z \leq 2$.

b) $z = x^2 + y^2$ y $z = 2 - x^2 - y^2$

c) $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ y $z = 4$

d) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ y $x^2 + y^2 = 1$

e) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

f) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $z^2 = x^2 + y^2$